

Fall kehrt man also zu einem reinen Hamilton-Formalismus zurück. Damit ist gezeigt, daß die durch (14) bzw. (24) dargestellte Theorie für kleine Energien ($\ll l_0^{-1}$) in die bisherige Hamiltonsche Theorie übergeht, während die nicht-Hamiltonschen Glieder bei hohen Energieübertragungen für die Konvergenz des Verfahrens sorgen.

An dieser Stelle entsteht die Frage, ob es neben dem Ausdruck (14) nicht auch noch andere Formeln für S gibt, die ebenso wie (14) S unitär machen und zugleich die Korrespondenz gewährleisten. Man könnte etwa an Formen für S wie $(T_j T_{-j})^{1/2}$, $T_j^{1/2} T_{-j}^{1/2}$, $T^{1/2} T^{*-1/2}$ u. dgl. denken. Die Rechnung zeigt aber,

daß keiner dieser Ansätze unitär ist. Der einzige Ausdruck, der neben (14) noch in Betracht kommt, lautet

$$S = (T T^*)^{-1/2} T. \quad (29)$$

Man kann aber ohne Schwierigkeit sehen, daß er mit dem Ausdruck $T (T^* T)^{-1/2}$ identisch ist. Man findet nämlich durch einfache Umformung

$$(T T^*)^{-1/2} T = T [T^{-1} (T T^*)^{-1/2} T] = T (T^* T)^{-1/2}. \quad (30)$$

Daher dürfte die Formel (14) bzw. (29) wohl die einzige einfache Darstellung der S -Matrix durch die T -Matrix sein.

Eine Differentialgleichungstheorie der Elementarteilchen

Von K. WILDERMUTH

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforschg. 5a, 373—381 [1950]; eingegangen am 9. Juni 1950)

Im ersten Teil wird gezeigt, daß man zur Gewinnung einer divergenzfreien Theorie der Elementarteilchen zwangsläufig vom üblichen Hamilton-Formalismus abweichen muß, falls man nicht ein sehr gekünsteltes Abschneideverfahren für die hohen Impulse², durch die in der Quantentheorie der Wellenfelder bekanntlich immer die Divergenzen hervorgerufen werden, einführen will; d. h., falls man nicht den physikalisch sehr einleuchtenden Gedanken aufgeben will, daß durch die Wechselwirkung sämtlicher Teilchen untereinander die Divergenzen der Theorie von selbst verschwinden.

Im zweiten Teil werden ein paar qualitative physikalische Folgerungen besprochen, die man bereits jetzt aus der Theorie entnehmen kann. Wie in der Arbeit von Heisenberg¹ ausgeführt wurde, muß man sich im Rahmen der obigen Theorie die Teilchen mit ganzzahligem Spin als aus Spinorteilchen zusammengesetzt vorstellen. Es zeigt sich nun, daß es auch näherungsweise nicht richtig ist, das Lichtquant als aus Elektron und Positron zusammengesetzt zu betrachten; sondern mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ist es aus Proton und Antiproton usw. zusammengesetzt. Zum Schluß wird dann noch kurz gezeigt, wie man sich eine qualitative Vorstellung über das Zustandekommen des Coulomb-Feldes machen kann.

Im Anschluß an eine grundlegende Arbeit von Heisenberg¹ werden die dort niedergelegten Gedanken über eine zukünftige Theorie der Elementarteilchen, die bei Heisenberg in die Form einer Integralgleichungstheorie gekleidet sind, mittels einer Differentialgleichungstheorie dargestellt. Diese Darstellung bedeutet bereits eine starke Einschränkung der allgemeinen Heisenbergschen Theorie, da in der letzteren der Grad der Ableitungen begrenzt ist, während eine allgemeine Integralgleichungstheorie äquivalent ist einer Differentialgleichungstheorie unendlich hoher Ordnung. Physikalisch bedeutet das, daß man erstens im Gegensatz zur Heisenbergschen Formulierung das Grundspektrum der Elementarteilchen der wechselwirkungsfreien Theorie diskret und endlich wählen muß. Wie sich nachher zeigen wird, ist nämlich der Grad der höchsten Ableitung, der in der Theorie vorkommt, gleich

der Anzahl (falls man zwischen Teilchen und Antiteilchen unterscheidet, gleich der halben Anzahl) der Elementarteilchen des Grundspektrums. Zweitens werden die Ansätze für die Wechselwirkungsenergie der Teilchen untereinander stark eingeschränkt, da in einer Differentialgleichungstheorie die Wechselwirkungsenergiedichte als gewöhnliche Dichtefunktion darstellbar sein muß. Sie darf also nur von der Wellenfunktion ψ und deren räumlichen und zeitlichen Ableitungen $\partial^m \psi / \partial x^m$ am betrachteten Raum-Zeitpunkt x , selbst abhängen. Ob die obigen Einschränkungen gerechtfertigt sind, muß sich beim weiteren Ausbau der Theorie zeigen.

Die Differentialgleichungstheorie hat den Vorteil, daß bei ihr die Korrespondenz zur bisherigen Quantenmechanik besonders deutlich wird. So sieht man z. B., daß die Regularisierungsbedingungen für die Vertauschungsrelationen (V.-R.) der Wellenfunktionen untereinander ganz von selbst aus den quantenmechanischen Bewegungsgleichungen

¹ W. Heisenberg, Z. Naturforschg. 5a, 251 [1950].



gen, d. h. aus den V.-R. der Wellenfunktionen mit dem Energie-Impulsvektor folgen. Wir wollen darauf aber nur kurz eingehen, da dies auf einem etwas anderen Weg für Bose-Teilchen von Pais und Uehlenbeck² und von Thirring⁵ bereits gezeigt wurde. Außerdem wird in einer solchen Theorie der Zusammenhang zwischen den quantenmechanischen Divergenzen und den in der Theorie vorkommenden räumlichen und zeitlichen Ableitungen sehr durchsichtig. Es zeigt sich dabei, daß es prinzipiell nicht möglich ist, hermitesche Wechselwirkungsenergien zu konstruieren, durch die keine Divergenzen in die Theorie hineingebracht werden.

I. Gleichungen der wechselwirkungsfreien Theorie

Als Grundannahme setzen wir voraus, daß die Wellenfunktion im wechselwirkungsfreien Fall n verschiedene Spinorteilchen beschreibt. Die Differentialgleichung, der eine solche Wellenfunktion gehorchen muß, hat folgende einfache Form²:

$$\prod_{r=1}^{r=n} H_r \psi = 0. \quad (1)$$

Hierbei ist

$$H_r = \left(\gamma_r \frac{\partial}{\partial x_r} + \mu_r \right)^* \quad (2)$$

der übliche Wellenoperator der Dirac-Theorie.

Die allgemeinste Lösung von (1) lautet:

$$\psi = \sum \alpha_r \psi_r. \quad (3)$$

Die α_r werden nachher bei der Quantisierung so festgelegt, daß die ψ_r und ψ_r^* bzw. $\bar{\psi}_r$ dieselbe Bedeutung behalten wie in der Einteilchentheorie, wobei für ψ_r

$$H_r \psi_r = 0 \quad (4)$$

gilt. Man sieht daraus, daß ψ die oben geforderte Bedingung erfüllt. Außerdem ist damit auch gezeigt, daß der Grad der höchsten Ableitung in (1) gleich der Anzahl der durch die wechselwirkungsfreie Theorie beschriebenen Teilchen ist.

Wie in den bisherigen Wellentheorien, kann man (1) aus einem Variationsprinzip ableiten. Setzt man

$$L = \bar{\psi} \prod_{r=1}^{r=n} H_r \psi, \quad (5)$$

$$-\bar{\psi} = \sum \alpha_r \bar{\psi}_r, \quad \bar{\psi}_r = \psi_r^* \gamma_4,$$

* In der ganzen Arbeit wird ein solches Maßsystem benutzt, in welchem c und \hbar gleich 1 sind. Es werden also alle Dimensionen in Potenzen einer Länge ausgedrückt³.

² A. Pais u. G. E. Uehlenbeck, On field theories with non-localized action. Im Erscheinen.

so folgt (1) aus der Bedingung

$$\delta \mathfrak{L} = \delta \int L dw, \quad dw = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4. \quad (6)$$

Man kann die einzelnen Erhaltungssätze in der üblichen Weise aus den verschiedenen Invarianzeigenschaften herleiten, denen \mathfrak{L} gehorchen muß⁴. So folgt der Energie-Impulserhaltungssatz aus der Invarianz von \mathfrak{L} gegenüber Raum-Zeitverschiebungen und der Drehimpulssatz und Schwerpunktssatz aus der Invarianz von \mathfrak{L} gegenüber Drehungen im vierdimensionalen Raum. Die zugehörigen Rechnungen sollen hier nicht durchgeführt werden, sondern wir schreiben das Ergebnis für den Energie-Impulstensor gleich an. Man erhält nach einigen Umformungen und Umschreibung in die Integralforn, die für die weiteren Rechnungen zweckmäßig ist:

$$T_{\mu\nu} = -(2\pi)^8 \int dx' dx'' \bar{\psi}(x') R_{\mu\nu}(x-x', x-x'') \psi(x'') \quad (7)$$

mit

$$R_{\mu\nu} = \frac{i}{4} \int dk'_\sigma dk''_\sigma \frac{\gamma_\mu(k'_\nu + k''_\nu) + \gamma_\nu(k'_\mu + k''_\mu)}{i\gamma_\sigma(k'_\sigma - k''_\sigma)} \cdot \left(\prod_{r=1}^{r=n} (i\gamma_\sigma k'_\sigma + \mu_r) - \prod_{r=1}^{r=n} (i\gamma_\sigma k''_\sigma + \mu_r) \right) \cdot e^{ik'_\sigma(x_\sigma - x'_\sigma) - ik''_\sigma(x_\sigma - x''_\sigma)}. \quad (8)$$

Wie man erkennen kann, lassen sich in (7) sämtliche Integrationen durchführen und man erhält für $T_{\mu\nu}(x_\sigma)$ einen Ausdruck, der nur von ψ_r , $\bar{\psi}_r$ und deren Ableitungen (bis zum n -ten Grad) am Punkt x_ν abhängt. $T_{\mu\nu}$ hat also die Form einer gewöhnlichen Dichtefunktion. Außerdem kann man sehen, daß $T_{\mu\nu}(x_\sigma)$ symmetrisch ist, und

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} T_{\mu\nu} = 0 \quad (9)$$

gilt. [Für die Einteilchentheorie geht (7) in den bekannten Energie-Impulstensor der Dirac-Theorie über.] $T_{\mu\nu}$ kann daher als Energie-Impulstensor gedeutet werden. Für den Vierervektor von Impuls und Energie folgt aus (7)

$$J_\mu = -(2\pi)^{-8} \int d\sigma_\nu \int dx' dx'' \bar{\psi}(x') R_{\mu\nu}(x-x', x-x'') \psi(x''). \quad (10)$$

³ W. Heisenberg, Z. Physik **101**, 533 [1936].

⁴ W. Heisenberg u. W. Pauli, Z. Physik **56**, 1 [1929] u. **59**, 168 [1930].

⁵ W. Thirring, Physic. Rev. **77**, 570 [1950].

Dabei ist in x über eine raumartige Fläche σ zu integrieren **.

J_μ ist im Gegensatz zu $T_{\mu\nu}$ eindeutig bestimmt und im wesentlichen mit dem von Heisenberg aufgestellten Energie-Impulsvektor¹ identisch, wie man mittels einiger Umformungen nachweisen kann.

II. Quantisierung der wechselwirkungsfreien Theorie

Zur Quantisierung der Theorie fassen wir die Wellenfunktionen als Operatoren auf und verlangen für jede Variable die allgemeinen quantenmechanischen V.-R. mit dem Energie-Impulsvektor⁴

$$\left[J_\mu f \left(\psi, \frac{\partial^m \psi_\tau}{\partial x_\sigma^m}, \bar{\psi}_\sigma \dots \right) \right]_- = i \frac{\partial f(\psi_\nu \dots)}{\partial x_\mu}. \quad (11)$$

Dies sind die quantenmechanischen Bewegungsgleichungen der Theorie.

So muß z. B. gelten:

$$[J_\mu \psi_\tau]_- = i \frac{\partial \psi_\tau}{\partial x_\mu}. \quad (12)$$

Setzt man voraus, was immer erfüllt ist, daß jede Variable der Theorie als Laurentsche Reihe in $\psi_\nu, \bar{\psi}_\sigma$ und $\partial^m \psi_\nu / \partial x_\sigma^m, \partial^n \bar{\psi}_\sigma / \partial x_\tau^n$ darstellbar ist, so kann man leicht nachweisen, daß umgekehrt (11) aus (12) abgeleitet werden kann⁴.

Es soll nun kurz angedeutet werden, wie man aus (12) die V.-R. zwischen $\bar{\psi}_\sigma$ und ψ_τ erhält. Dazu ist es zweckmäßig, zur einzeitigen Theorie überzugehen, also in (10) $d\sigma$ durch dx zu ersetzen und die Integration über x', x'' auszuführen. Man erhält, wenn man ψ in $\Sigma a_r \psi_r$ und $\bar{\psi}$ in $\Sigma a_r \bar{\psi}_r$ aufspaltet:

$$J_\mu = -i \sum_{r=1}^n \alpha_r^2 \int \bar{\psi}_r(x) \gamma_4 \frac{\partial \psi_r(x)}{\partial x_\mu} \prod_{i \neq r} (\mu_i - \mu_r) dx = \sum_{r=1}^n J_{\mu_r}. \quad (13)$$

— Aus (13) sieht man, daß im wechselwirkungsfreien Fall, wie es physikalisch sinnvoll ist, sich der Gesamtimpuls und die Gesamtenergie aus den Impulsen der Einzelteilchen zusammensetzt. —

Für die V.-R. zwischen $\bar{\psi}_\sigma$ und ψ_τ machen wir nun folgenden Ansatz:

$$\begin{aligned} [\psi_\tau(x') \bar{\psi}_\sigma(x'')]_+ &= \sum_{r=1}^n \alpha_r^2 [\psi_{r\tau}(x') \bar{\psi}_{r\sigma}(x'')]_+ \\ &= \sum_{r=1}^n c_r (-i) S_{\tau\sigma}^r(x' - x'') \end{aligned} \quad (14)$$

— ψ_i und $\bar{\psi}_r$ sind für $i \neq r$ miteinander antivertauschbar — wobei

$$-i S_{\tau\sigma}^r(x' - x'') = \left(\gamma_{\mu\tau\sigma} \frac{\partial}{\partial x_{\mu'}} - \mu_r \right) \frac{1}{(2\pi)^4} \oint dk_4 \int d\epsilon \frac{e^{ik_\mu(x_{\mu'} - x_{\mu''})}}{(k_\mu^2 + \mu_r^2)} \quad (15)$$

— $\oint dk_4$ bedeutet Integration um die Singularitäten auf der imaginären k_4 -Achse — die V.-R. für Spinor-Teilchen in der bisherigen Quantenmechanik sind. Dieser Ansatz ist vernünftig, da sich die Mehrteilchentheorie ohne Wechselwirkung in Einteilchentheorien aufspalten lassen muß.

Aus (12) erhält man mit Benutzung von (13) folgende Bedingungsgleichungen für die c_r :

$$c_r = \frac{1}{\prod_{i \neq r} (\mu_i - \mu_r)}. \quad (16)$$

Wie man mittels Determinantenrechnung nachweisen kann, erfüllen die c_r gerade die Regularisierungsbedingungen^{1,6}

$$\sum c_r \mu_r^m = 0, \quad m = 0, 1 \dots n-2. \quad (17)$$

Damit ist gezeigt, daß die Regularisierungsbedingungen (17) zwangsläufig aus der Quantisierung einer Wellentheorie für mehrere Teilchen folgen, wie bereits von Thirring⁵, Pais und Uehlenbeck² auf einem anderen Wege für Bose-Teilchen abgeleitet wurde.

Das hängt damit zusammen, daß wir sämtliche Teilchensorten mittels einer einzigen Wellenfunktion beschreiben wollen. Der Energie-Impuls-Vektor muß daher so gebaut sein, daß die Glieder, die ψ_r und ψ_i ($r \neq i$) gemischt enthalten, bei der Raumintegration herausfallen, da dieser Vektor zeitlich konstant sein muß. Das hat zur Folge, daß man zur Erfüllung der quantenmechanischen Bewegungsgleichung (11) die Regularisierungsbedingungen (17) benötigt.

(14) läßt sich wegen (16) nun zusammenfassen zu

$$\begin{aligned} [\psi_\tau(x') \bar{\psi}_\sigma(x'')]_+ &= -i S_{\tau\sigma}^R(x' - x'') \frac{1}{(2\pi)^4} \\ &\cdot \int dk_4 \int d\epsilon \frac{\prod_{r=1}^n \left(\gamma_{\mu\tau\sigma} \frac{\partial}{\partial x_{\mu'}} - \mu_r \right)}{\prod_{r=1}^n (k_\mu^2 + \mu_r^2)} e^{ik_\mu(x_{\mu'} - x_{\mu''})}. \end{aligned} \quad (18)$$

** Zu der kovarianten Formulierung von J_μ siehe J. Schwinger, Physic. Rev. 74, 1447 [1948].

⁶ W. Pauli u. F. Villars, Rev. Modern Physics 21, 434 [1949].

Man sieht daraus, daß die V.-R. (18) bzw. (14) auch auf dem Lichtkegel $(x_\mu' - x_\mu'')^2 = 0$ regulär werden (sie verschwinden sogar auf diesem Kegel, wie eine genauere Untersuchung zeigt⁶⁾), sobald man $n \geq 5$ wählt, da dann der Integrand in (18) mindestens wie $1/k_\nu^5 \rightarrow 0$ geht für $k_\nu \rightarrow \infty$. Das hat zur Folge, daß das Integral über den vierdimensionalen Raum jetzt nicht mehr divergiert. Wie man erkennen kann, wird die Regularität der V.-R. einfach dadurch erreicht, daß sich die Singularitäten der V.-R. für die Einzelteilchen gegenseitig kompensieren (Stückelberg und Bopp⁷⁾).

Außerdem ist aus (14) ersichtlich, daß

$$\alpha_r^2 = c_r \quad (19)$$

gesetzt werden muß, wenn man erreichen will, daß ψ_r und ψ_r^* bzw. $\bar{\psi}_r$ dieselbe Bedeutung wie in der Einteilchentheorie haben (d. h. es sollen zwischen ψ_r und ψ_r^* bzw. $\bar{\psi}_r$ dieselben V.-R. wie in der Einteilchentheorie gelten). Wie man sieht, wird α_r abwechselnd rein reell und rein imaginär, da c_r bei ansteigendem μ_r abwechselnd sein Vorzeichen ändert⁸⁾. Die durch (3), (5) und (19) festgelegte Form von ψ und $\bar{\psi}$ stimmt mit der von Heisenberg¹ in seiner Arbeit angegebenen Definition für ψ und $\bar{\psi}$ überein.

Da L invariant ist gegenüber einer Transformation, die ψ in $\psi e^{i\delta}$ und $\bar{\psi}$ in $\bar{\psi} e^{-i\delta}$ überführt, so folgt daraus, wie in der Einteilchentheorie, daß in unserer Theorie auch noch ein Ladungserhaltungssatz gilt. Da die Rechnung ganz analog zur gewöhnlichen Dirac-Theorie verläuft⁸⁾, soll darauf nicht näher eingegangen werden. Es sei nur erwähnt, daß für die Stromdichte jetzt nicht mehr (bei Vernachlässigung der Löchertheorie)

$$j_\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \quad (20)$$

gilt, sondern es treten Ableitungen bis zum $(n-1)$ -ten Grad nach Raum und Zeit auf. Die Gesamtladung läßt sich analog zum Energie-Impulsvektor als Summe der Einzelladungen darstellen. Es ist also

$$e = \sum e_r = \int d\tau \psi_r^* \psi_r. \quad (21)$$

Damit haben wir die wesentlichen Züge der wechselwirkungsfreien Theorie skizziert, und es soll nun die Theorie mit Wechselwirkung besprochen werden.

⁷ E. C. Stückelberg, Nature [London] **144**, 118 [1939]; Helv. physica Acta **14**, 51 [1941]; E. C. Stückelberg u. D. Rivier, Physic. Rev. **74**, 218, 986 [1948]; D. Rivier, Helv. physica Acta **22**, 265 [1949]; F. Bopp, Ann. Physik **42**, 575 [1943]; **43**, 565 [1943]; Z. Naturforsch. **1**, 53, 237 [1946].

III. Theorie mit Wechselwirkung

Um zu einer Theorie mit Wechselwirkung zu gelangen, muß man zur Lagrange-Funktion L [Gl. (5)], die in bezug auf die Wellenfunktionen quadratisch ist, relativistisch invariante Terme hinzuaddieren, welche die Wellenfunktionen in 3. und höherer Ordnung enthalten, denn nur dann erhält man aus der Lagrange-Funktion L nichtlineare Wellengleichungen, durch die bekanntlich immer eine Theorie mit Wechselwirkung der Teilchen untereinander beschrieben wird. Wie gleich gezeigt werden soll, kann man aber auch direkt zum Energieoperator $-iJ_4$ in (10) Terme der oben erwähnten Art hinzuaddieren und kann diese Terme dann als Wechselwirkungsenergie-terme deuten.

Es ist nun für die weiteren Betrachtungen zweckmäßig, immer die Wechselwirkungsdarstellung zu benutzen^{1,9)}. Man legt also der Theorie eine solche Darstellung zugrunde, in der die Wellenfunktionen den Vakuumgleichungen gehorchen. Dadurch wird erreicht, daß die V.-R. bei Einführung einer Wechselwirkungsenergie nicht geändert werden, und man kann die an den V.-R. eventuell auftretenden Divergenzen leicht überschauen.

Wir kommen nun zum Beweis der eben erwähnten Behauptung. Man addiert also zur wechselwirkungsfreien Energiedichte $\bar{\mathfrak{H}}_0(x_\nu)$ eine relativistisch invariante Wechselwirkungsenergiedichte $H_w(x_\nu)$ hinzu und kann dann

$$\mathfrak{H} = \int d\tau (\bar{\mathfrak{H}}_0 + \bar{\mathfrak{H}}_w) = \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{H}_w = e^{i\mathfrak{H}_0't} (\mathfrak{H}_0 + \mathfrak{H}_w) e^{-i\mathfrak{H}_0't} \quad (22) **$$

— die gestrichenen Operatoren sind zeitunabhängige Operatoren — als Gesamtenergie deuten.

Um dies einzusehen, geht man durch Anwendung der unitären Transformationsoperatoren

$$S = e^{-i\mathfrak{H}'t} \cdot e^{+i\mathfrak{H}_0't} \quad (23)$$

und

$$S^{-1} = e^{-i\mathfrak{H}_0't} \cdot e^{+i\mathfrak{H}'t}$$

zur rein zeitabhängigen Darstellung (Heisenberg-Darstellung) über. Für die rein zeitabhängigen Operatoren müssen dann wieder die V.-R. (12) bzw. (14) gelten⁴⁾.

⁸ G. Wentzel, Einführung in die Quantentheorie der Wellenfelder. Franz Deuticke, Wien 1943.

⁹ J. Schwinger, Physic. Rev. **74**, 1439 [1948]; **75**, 651 [1949]; **75**, 790 [1949].

* Dadurch ist jetzt nicht mehr $\bar{\psi} = \psi^* \gamma_4$ wie in der Einteilchentheorie.

** Der Einfachheit halber wird hier immer die zeitliche Darstellung benutzt.

Aus den V.-R. ohne Wechselwirkung

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_0 \psi_0 - \psi_0 \mathfrak{H}_0 &= +i \frac{\partial \psi_0}{\partial t}, \\ -\psi_0 &= e^{-i \mathfrak{H}_0 t} \psi' e^{+i \mathfrak{H}_0 t} - \end{aligned} \quad (24)$$

erhält man mittels der Transformationsoperatoren (23)

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_{0t} \psi_t - \psi_t \mathfrak{H}_{0t} &= i \frac{\partial \psi_t}{\partial t} - \{ \mathfrak{H}_t \psi_t - \psi_t \mathfrak{H}_t \} \\ &\quad + \{ \mathfrak{H}_{0t} \psi_t - \psi_t \mathfrak{H}_{0t} \}, \end{aligned}$$

$$\text{oder} \quad \mathfrak{H}_t \psi_t - \psi_t \mathfrak{H}_t = i \frac{\partial \psi_t}{\partial t} \quad (25)$$

— mit dem Index t werden die rein zeitabhängigen Operatoren bezeichnet. So ist z. B. $\mathfrak{H}_{0t} = e^{-i \mathfrak{H}' t} \cdot \mathfrak{H}_0' e^{+i \mathfrak{H}' t}$.

Wie man sieht, ist Gl. (25) mit Gl. (12) identisch. Die Impulse behalten in der Wechselwirkungsdarstellung ihre ursprüngliche Form bei, da S bzw. S^{-1} mit den räumlichen Differentialoperatoren vertauschbar sind. Das heißt, es gelten auch für die Theorie mit Wechselwirkung die allgemeinen quantenmechanischen Bewegungsgleichungen. Damit ist die obige Behauptung bewiesen.

Auf einen Punkt sei im Anschluß an die obige Betrachtung noch aufmerksam gemacht. Es gilt zwar für die Wellenfunktion in der Wechselwirkungsdarstellung

$$\psi = \psi_0 \quad (26)$$

und damit

$$\psi_t = S \psi_0 S^{-1},$$

dagegen gilt dies nicht für die zeitlichen Ableitungen. So gilt z. B., wie man leicht nachrechnen bzw. aus (25) entnehmen kann,

$$\frac{\partial \psi_t}{\partial t} = S \frac{\partial \psi_0}{\partial t} S^{-1} + i (\mathfrak{H}_{wt} \psi_t - \psi_t \mathfrak{H}_{wt}). \quad (27)$$

Für die höheren zeitlichen Ableitungen der Wellenfunktion werden die Verhältnisse entsprechend komplizierter.

Soll durch die Einführung einer Wechselwirkungsenergie der Charakter der Theorie als Differentialgleichungstheorie erhalten bleiben, so darf die Wechselwirkungsenergiedichte $\bar{\mathfrak{H}}_w(x_p)$ nur von der Wellenfunktion ψ und deren Ableitungen $\partial^m \psi / \partial x_p^m$ am Punkte x_p abhängen.

Da sämtliche wesentlichen Divergenzen der bisherigen Quantenmechanik davon herrühren, daß die V.-R. der Wellenfunktionen und ihrer Ableitungen für $x'_p = x''_p$ singular werden, muß dafür gesorgt

werden, daß durch Einführung einer Wechselwirkungsenergie solche Singularitäten nicht hervorgerufen werden.

Differenziert man die Gl. (18) nach x'_p bzw. x''_p , so sieht man, daß jede Differentiation eine Multiplikation des Integranden auf der rechten Seite mit k_p bedeutet. Die Konvergenz des Integrals wird dadurch geschwächt bzw. ganz zerstört, sobald der Grad der Ableitungen nach x'_p und x''_p zusammengenommen größer als $n-5$ ist (n = Anzahl der in die Theorie eingebauten Grundteilchen). Um das Auftreten von Divergenzen zu vermeiden, wird man also folgendes verlangen müssen:

1. Die Wechselwirkungsenergiedichte $\bar{\mathfrak{H}}_w(x_p)$ muß sich als eine relativistisch invariante Funktion der $\bar{\psi}$ und ψ und deren Ableitungen darstellen lassen, da nur für diese Größen reguläre V.-R. gelten. Die V.-R. zwischen ψ^* und ψ beispielsweise sind wieder singular für $(x'_p - x''_p)^2 = 0$. Das liegt daran, wie noch einmal erwähnt sei, daß die V.-R. für die einzelnen Teilchensorten singular bleiben. In den V.-R. für die $\bar{\psi}$ und ψ kompensieren sich diese Singularitäten gerade gegenseitig.

2. Ist in der Wechselwirkungsenergie $\bar{\mathfrak{H}}_w(\psi, \bar{\psi})$ p bzw. q der Grad der höchsten Ableitung von ψ bzw. $\bar{\psi}$, so muß $p + q \leq n-5$ sein.

3. Will man den Hamilton-Formalismus der bisherigen Quantentheorie aufrechterhalten, so muß man noch zusätzlich verlangen, daß die Komponenten des Energie-Impulsvektors als beobachtbare Größen hermitesche Operatoren sind.

Im weiteren Verlauf der Arbeit soll zunächst gezeigt werden, daß die Forderungen 1. bis 3. im Rahmen der oben angegebenen Differentialgleichungstheorie prinzipiell nicht miteinander vereinbart werden können.

Zunächst wollen wir uns darauf beschränken, die Wechselwirkungsenergiedichte $\bar{\mathfrak{H}}_w(x_p)$ aus Potenzen von hermiteschen bilinearen Ausdrücken der $\bar{\psi}$ und ψ aufzubauen.

Bilden wir z. B. für $n = 2$

$$\begin{aligned} \bar{\psi} \psi &= (\psi_1^* + i \psi_2^*) (\psi_1 + i \psi_2) |a_1|^2 \quad *** \\ &= |a_1|^2 \{ \psi_1^* \psi_1 - \psi_2^* \psi_2 + i \psi_1^* \psi_2 + i \psi_2^* \psi_1 \}, \quad (28) \\ a_2 &= i a_1, \end{aligned}$$

so sehen wir, daß dieser Ausdruck wegen der beiden gemischten Glieder nicht hermitisch ist. Um zu einem

*** Die Matrix γ_4 und die Indices für die Komponenten der Wellenfunktionen lassen wir als hier unwesentlich immer weg.

hermiteschen Ausdruck zu gelangen, muß man also versuchen, durch Einführung von Differentialoperatoren die beiden letzten Glieder zu hermitisieren bzw. ganz zum Verschwinden zu bringen. Als geeignete Differentialoperatoren bieten sich dafür die Wellenoperatoren

$$H_1 = \left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \mu_1 \right) \quad (29)$$

und

$$H_2 = \left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \mu_2 \right)$$

an. Der erste Operator eliminiert bei Anwendung auf ψ die Wellenfunktion ψ_1 , während der 2. Operator die Wellenfunktion ψ_2 eliminiert.

Um zu einem hermiteschen Operator zu gelangen, kann man folgenden allgemeinen Ansatz machen

$$f_{\text{herm.}}(\bar{\psi}, \psi) = \bar{\psi} (a_1 H_1 + a_2 H_2) \psi = \bar{\psi} (D_2 \psi) \quad (30)$$

und wählt a_1 und a_2 so, daß (30) hermitisch wird. Man erhält

$$\begin{aligned} f_{\text{herm.}}(\bar{\psi}, \psi) &= |\alpha_1|^2 (\psi_1^* + i \psi_2^*) \{ a_1 (\mu_1 - \mu_2) i \psi_2 + a_2 (\mu_2 - \mu_1) \psi_1 \} \\ &= |\alpha_1|^2 \{ \psi_1^* \psi_1 a_2 (\mu_2 - \mu_1) - a_1 (\mu_1 - \mu_2) \psi_2^* \psi_2 \\ &\quad + i a_1 (\mu_1 - \mu_2) \psi_1^* \psi_2 + i a_2 (\mu_2 - \mu_1) \psi_2^* \psi_1 \}. \end{aligned} \quad (31)$$

Damit (31) hermitisch wird, muß man, da ψ_1 und ψ_2 bzw. ψ_1^* und ψ_2^* als unabhängige Variable zu betrachten sind,

$$a_1 (\mu_1 - \mu_2) = -a_2 (\mu_2 - \mu_1) \quad (32)$$

setzen. Das heißt, man muß $a_1 = a_2$ wählen.

Durch den Ansatz (30) haben wir zwar einen hermiteschen Ausdruck gewonnen, dafür ist aber die Singularität in den V.-R.

$$[\bar{\psi} (D_2 \psi)]_+ = \bar{\psi} (D_2 \psi) + (D_2 \psi) \bar{\psi} \quad (33)$$

wieder δ -funktionsartig wie beim Einteilchenproblem, da man zur Gewinnung von $f_{\text{herm.}}(\bar{\psi}, \psi)$ erste Ableitungen nach Raum und Zeit benötigt hat. Das heißt, durch die Hermitisierung wurde der Gewinn an Konvergenz in den V.-R. wieder vollständig zerstört.

Man kann nun versuchen, den Ansatz (30) auf n Teilchen zu erweitern und außerdem D so verallgemeinern, daß in D auch beliebige Produkte der Operatoren $H_r \dots H_s$ vorkommen. Wie man leicht einsehen kann, bewirkt ein solch verallgemeinerter Operator D , daß die Wellenfunktionen ψ_r der Einzel-

teilchen mit konstanten Koeffizienten b_r multipliziert werden. Jeder bilineare Ausdruck, der durch Anwendung eines solchen Operators D gebildet werden kann, hat daher die Form

$$F(\bar{\psi} \psi) = (\bar{\psi} D \psi) = \sum_{r,s} \psi_r^* b_s \psi_s. \quad (34)$$

Soll die V.-R.

$$[\bar{\psi} (D \psi)]_+ = \bar{\psi} (D \psi) + (D \psi) \bar{\psi} \quad (35)$$

regulär werden, so muß, wie man aus (14), (16), (17) und (19) entnehmen kann, als erste Regularisierungsbedingung die Gleichung

$$\sum b_r = 0 \quad (36)$$

gefordert werden. In Verallgemeinerung des Zweiteilchenproblems lautet jetzt die Hermitisierungsbedingung

$$b_r = b_s. \quad (37)$$

Das heißt, alle b_r müssen einander gleich sein. Wie man sieht, kann man (36) und (37) nur dann zugleich befriedigen, wenn alle $b_r = 0$ sind. Das bedeutet, daß $F(\bar{\psi} \psi)$ gleich 0 wird. Wie man sich leicht überzeugen kann, führen sämtliche übrigen Versuche [z. B. die zusätzliche Einführung von Differentialoperatoren, die sich nicht zu Wellenoperatoren der Form (29) zusammenfassen lassen], die man anstellen kann, um hermitesche Operatoren zu gewinnen, die keine Singularitäten enthalten, zu Gleichungen der Art (36) und (37), die nur durch die Null-Lösung gleichzeitig befriedigt werden können.

Dasselbe zeigt sich ganz analog auch bei biquadrischen Ausdrücken noch höheren Grades.

Aus den obigen Betrachtungen ist ersichtlich, daß die Hermitisierungsschwierigkeiten damit zusammenhängen, daß die c_r , durch die die a_r (Gl. 19) definiert werden, bei wachsendem μ_r abwechselnd ihr Vorzeichen ändern. Man kann daher versuchen, um diese Vorzeichenfunktionen zu unterdrücken, die Massen verschiedener Teilchen in (1) bzw. (18) zusammenfallen zu lassen. Wie sich zeigt, kann man aber auch dadurch keine Hermitisierung der Wechselwirkung erreichen, ohne die Konvergenz der V.-R. wieder vollständig zu zerstören. Die zugehörigen Rechnungen sollen hier nicht vorgeführt werden, sondern es werden nur die wesentlichen Ergebnisse, die sich dabei herausstellen, angegeben. Betrachtet man z. B. eine Wellengleichung der Form

$$\left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \mu \right) \left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \mu \right) \psi = 0, \quad (38)$$

so hat diese Gleichung außer Lösungen der Form

$$\psi_1 = \left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} - \mu \right) e^{i k_\nu x_\nu}, \quad k_\nu^2 = -\mu^2 \quad (39)$$

— ψ_1 ist bereits eine Lösung der Differentialgleichung

$$\left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \mu \right) \psi = 0 \quad \text{— noch Lösungen der Art}$$

$$\psi_2 = \left\{ i \left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} - \mu \right) x_4 \frac{\mu}{k_4} + 1 \right\} e^{i k_\nu x_\nu} - k_\nu^2 = -\mu^2. \quad (40)$$

Wie man sieht, divergiert (40) erstens für große Zeiten t , zweitens ist in ihr der Zeitpunkt $t = 0$ ausgezeichnet, was bei Vakuumwellenfunktionen, aus denen sich physikalisch sinnvolle Größen aufbauen lassen, nicht der Fall sein kann (in der hier benutzten Wechselwirkungsdarstellung haben wir es immer mit Vakuumwellenfunktionen zu tun). Um diese Divergenz bzw. die Auszeichnung des Zeitnullpunkts zu beseitigen, muß man Differentialoperatoren einführen. So bewirkt beispielsweise der Operator $\left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \mu \right)$ angewandt auf ψ_2 , daß aus ψ_2 wieder die Wellenfunktion ψ_1 entsteht. Die Einführung solcher Differentialoperatoren zerstört aber die Konvergenz in den V.-R. wieder vollständig.

Aus all diesen Überlegungen sieht man, daß im Rahmen einer Differentialgleichungstheorie keine hermitesche Wechselwirkungsenergie \mathfrak{H}_w konstruiert werden kann, durch die nicht Singularitäten in die Theorie hineingebracht werden.

Ein letzter Versuch, um den Hamilton-Formalismus der üblichen Art zu retten, besteht darin, daß man nach Wataghin, Pais und Uehlenbeck² an der Wellengleichung (1) noch einen Differentialoperator unendlich hoher Ordnung der Form $e^f(\square)$ anbringt, der in der Theorie mit Wechselwirkung die hohen Impulse relativistisch invariant abschneidet. Da das Hinzufügen eines solchen Differentialoperators unendlich hoher Ordnung den Übergang zu einer Integralgleichungstheorie bedeutet und außerdem sehr gekünstelt erscheint, soll darauf nicht näher eingegangen werden.

Man erkennt aus all diesen Betrachtungen, daß man zur Gewinnung einer divergenzfreen Theorie der Elementarteilchen vom üblichen Hamilton-Formalismus abweichen muß, falls man nicht den letzt-erwähnten Weg einschlagen will, d. h. falls man nicht den physikalisch sehr einleuchtenden Gedanken aufgeben will, daß durch die Wechselwirkung sämtlicher

Teilchen untereinander die Divergenzen der Theorie ganz von selbst verschwinden.

Heisenberg hat, um die oben diskutierten Schwierigkeiten zu beseitigen, nun einen Ausweg vorgeschlagen¹, der in gewisser Hinsicht wieder eine Rückkehr zum S-Matrix-Formalismus bedeutet.

Nach Heisenberg beginne man ruhig mit einem nichthermiteschen Wechselwirkungsoperator \mathfrak{H}_w [z. B. $\mathfrak{H}_w = \int (\psi \psi) (\bar{\psi} \psi) d\mathbf{r}$]. Daraus kann man analog zur gewöhnlichen Quantenmechanik eine asymptotische Matrix T ableiten, die eine Art Transformationsmatrix darstellt, die von der Zeit $t = -\infty$ zu $t = +\infty$ transformiert, die aber im allgemeinen nicht unitär ist. Man kann nun aus T durch Bildung von

$$S = T (T^+ T)^{-1/2} \quad (41)$$

— T^+ ist die hermitisch konjugierte Matrix zu T — eine unitäre Matrix S ableiten, die Heisenberg als die Streumatrix S deutet, da sie sämtlichen Erhaltungssätzen, wie z. B. dem Energie-Impuls-Erhaltungssatz, genügt. Wir wollen aber auf diese Abänderung des Hamilton-Formalismus hier nicht näher eingehen, da Heisenberg in der obengenannten Arbeit¹ und in einer in Kürze erscheinenden zweiten Arbeit die daraus zu ziehenden Folgerungen genauer diskutiert. Es sei nur noch erwähnt, daß die nichthermiteschen Anteile von \mathfrak{H}_w bewirken, daß eine Art Fernwirkung über raumzeitliche Bereiche von der Größenordnung der kleinsten Länge eintritt. Das ist deshalb besonders interessant, da durch die Abschneidemethode von Wataghin, Pais und Uehlenbeck² genau derselbe Effekt hervorgerufen wird. Man kann daher sagen: Man muß, um eine konvergente Theorie der Elementarteilchen zu erreichen, zwangsläufig darauf verzichten, die Natur in Raum-Zeit-Bereichen der kleinsten Länge mittels des üblichen kausalen Schemas der bisherigen Quantenmechanik zu beschreiben, was nach früheren Untersuchungen von Heisenberg¹⁰ zu erwarten war.

Zum Schluß sollen noch ein paar qualitative physikalische Gesichtspunkte besprochen werden, die man bereits jetzt aus der Theorie ablesen kann, und an denen auch durch die Heisenbergsche Abänderung des Hamilton-Formalismus nichts geändert wird.

Wie in der Heisenbergschen Arbeit¹ ausgeführt wurde, bringt es die Einführung einer Wechselwirkungsenergie mit sich, daß erstens zu den Ruhmassen μ_r der Elementarteilchen eine von μ_r abhängige Selbstenergie hinzugefügt wird und zweitens zwei

¹⁰ W. Heisenberg, Z. Physik **110**, 251 [1938].

oder mehr Teilchen sich zu zusammengesetzten Teilchen verbinden können. Das heißt, es entstehen neue Teilchen. So muß man nach Heisenberg die Bose-Teilchen, d. h. die Teilchen mit ganzzahligem Spin, als zusammengesetzte Teilchen betrachten. Auf den Punkt 2 soll jetzt etwas näher eingegangen werden.

Bestimmt man den Zustandsvektor, der zu einem aus mehreren Spinorteilchen zusammengesetzten Teilchen gehört, so ist es unzumutbar, als Koordinatensystem im Hilbert-Raum ein Vektorsystem zugrunde zu legen, in dem die Vektoren nach den einzelnen Ruhmassen der Grundteilchen getrennt sind, da dann im allgemeinen wieder Divergenzen in der Theorie auftauchen. Um dies einzusehen, betrachten wir die Wechselwirkungsenergie \mathfrak{H}_w [z. B. $\mathfrak{H}_w = \int dr (\bar{\psi} \psi)$ ($\bar{\psi} \psi$)] im Ortsraum. Sehen wir im Augenblick von der Löchertheorie ab, so gibt der Vektor

$$\prod_{\substack{i \neq r \\ m \neq k}} H_i^*(x_p) H_m^*(x_{p'}) \psi^*(x_p) \psi^*(x_{p'}) \varphi_0 = \varphi(x_p, x_{p'}) \quad (42)$$

(φ_0 = Vakuumvektor) den Zustand an, bei dem sich ein Teilchen der Ruhmasse μ_r am Ort x_p und ein Teilchen der Ruhmasse μ_k am Ort $x_{p'}$ befindet. Soll nun die Wechselwirkungsenergie der beiden Teilchen bestimmt werden, so muß man bis auf Normierungsfaktoren

$$\varphi^*(x_p, x_{p'}) H_w \varphi(x_p, x_{p'}) \quad (43)$$

bilden. Wie man leicht nachweisen kann, bewirken die Differentialoperatoren ($n-1$)-ter Ordnung

$$\prod_{i \neq t} H_i^* \quad \text{und} \quad \prod_{i \neq t} H_i,$$

daß (43) ein δ -funktionsartiges Potential der Form

$$A \delta(x_r - x_{r'})$$

darstellt. Mittels der Unschärferelation läßt sich nun zeigen, daß für dieses Potential ($A < 0$) kein Bindungszustand endlicher Bindungsenergie existiert. An diesem Ergebnis wird auch nichts Wesentliches geändert, wenn man die Löchertheorie berücksichtigt, da zwar das Potential etwas verschmiert wird, aber der Grad der Singularität des Potentials erhalten bleibt.

Die obigen Divergenzschwierigkeiten tauchen nicht auf, wenn man nach folgendem Vektorsystem im Impulsraum entwickelt:

$$\varphi_{s_1 t_1 \dots s_i t_i} = \bar{\psi}_{s_1 t_1} \dots \bar{\psi}_{s_i t_i} \psi_{s'_1 t'_1} \dots \psi_{s'_r t'_r} \varphi_0, \quad (44)$$

$$s'_1 t'_1 \dots s'_r t'_r \quad s = 1, 2, \quad s' = 3, 4,$$

mit

$$\bar{\psi}_{s t} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_r a_r a_{r t s}^*, \quad s = 1, 2, \quad (45)$$

und

$$\psi_{s' t'} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_r a_r a_{r t' s'}, \quad s' = 3, 4.$$

Der Vektor (44) stellt einen Zustand dar, in dem ein Teilchen vom Impuls \mathfrak{k}_1 Spin s_1 , ein Teilchen vom Impuls \mathfrak{k}_2 Spin s_2 , ein Antiteilchen vom Impuls \mathfrak{k}_1' Spin s'_1 usw. vorhanden ist. Die Ruhmassen der Teilchen und Antiteilchen sind dabei unbestimmt. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein solches Teilchen die Ruhmasse μ_r besitzt, ist wegen (3), (5) und (19) gegeben durch

$$W_{\mu_r} = \frac{|c_r|}{\sum_r |c_r|}. \quad (46)$$

Macht man sich für das Lichtquant die Modellvorstellung, daß es aus einem Teilchen und Antiteilchen zusammengesetzt ist (diese Modellvorstellung bedeutet, daß man die Renormalisierung des Lichtquants, d. h. die Wechselwirkung des Lichtquants mit dem Vakuum vernachlässigt), so sieht man aus den obigen Ausführungen, daß es nicht möglich ist, wie bereits Heisenberg erwähnt hat¹, sich das Lichtquant nur aus Positron und Elektron zusammengesetzt vorzustellen, sondern es ist auch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit aus Proton und Antiproton usw. zusammengesetzt. Das heißt, wir stellen uns das Lichtquant aus 2 Teilchen zusammengesetzt vor, wobei diese Teilchen eine gewisse Zeit Elektron und Positron, Proton und Antiproton usw. sind. Die Bindungsenergie muß dabei gerade die Ruhmasse der verschiedenen Teilchen kompensieren. Bei Lichtquanten der Energie in der Größenordnung der Ruhmasse des Elektrons kann natürlich nur die Aufspaltung (z. B. durch ein äußeres Coulomb-Feld) in Elektron und Positron stattfinden, d. h. das Lichtquant kann nur dann aufgespalten werden, wenn es gerade aus Positron und Elektron zusammengesetzt ist. Hat man dagegen Lichtquanten sehr hoher Energie ($\geq \hbar c / 10^{-13} \text{ cm}$), so können mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, die näherungsweise etwa durch (45) gegeben ist, auch Aufspaltungen in die übrigen Teilchen und Antiteilchen stattfinden.

Man kann sich auf Grund dieser Modellvorstellung nun ein qualitatives Bild über das Zustandekommen des Coulomb-Feldes machen. Die Besetzung sämtlicher negativer Energiezustände der Spinorteilchen kann man so deuten, daß das Vakuum angefüllt ist

mit Teilchen und Antiteilchen, die gemäß den obigen Vorstellungen so gegenseitig aneinander gebunden sind, daß sich ihre Ruhmassen gerade kompensieren und sie außerdem keinen Schwerpunktsimpuls und damit keine Energie besitzen. Man kann auch sagen, das Vakuum sei angefüllt mit Lichtquanten der Energie 0. Ein Teilchen, z. B. ein Elektron, polarisiert auf Grund seiner Wechselwirkung \mathfrak{S}_w diese Lichtquanten und es entsteht das zu dem Elektron gehörige Coulomb-Feld.

Ist die Deutung zulässig, daß die Mesonen mit ganzzahligem Spin als angeregte Zustände der Licht-

quanten zu betrachten sind, so läßt sich das Zustandekommen des Kernfeldes qualitativ ganz analog dazu erklären.

Näher soll aber auf diese Bilder nicht eingegangen werden, da erst die weitere Entwicklung der Theorie zeigen kann, ob diese Bilder eine gewisse Berechtigung haben.

Hrn. Prof. Heisenberg danke ich für seine wertvollen Anregungen und Unterhaltungen während der Entstehung der Arbeit. Außerdem möchte ich auch Hrn. R. Schulten für seine Mithilfe bei der Durchführung der Rechnungen danken.

Über die Zerstörung der Lumineszenz von Leuchtstoffen durch α -Teilchen

Von IMMANUEL BROSER und HARTMUT KALLMANN*

Aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie, Berlin-Dahlem

(Z. Naturforschg. 5a, 381—384 [1950]; eingegangen am 22. Juni 1950)

Die Zerstörung der Radio-Lumineszenz von vier verschiedenen Leuchtstoffen durch Bestrahlung mit α -Teilchen wird quantitativ ausgemessen. Die Zerstörbarkeit nimmt in der Reihe CdS, ZnS, Zn_2SiO_4 und CaWO_4 ab, die jeweils noch vorhandene Lumineszenz folgt mit wachsender Zahl absorbierter α -Teilchen nicht dem exponentiellen Gesetz. An CdS-Einkristallen wird festgestellt, daß die zerstörende Wirkung der α -Teilchen von ihrer Geschwindigkeit abhängt.

Bekanntlich werden Zinksulfidphosphore durch Bestrahlung mit α -Teilchen langsam zerstört¹, d. h. sie büßen ihre Leuchtfähigkeit ein. Diese Eigenschaft wirkte sich bei der Anwendung dieser Leuchtstoffe als radioaktive Leuchtfarben sehr nachteilig aus und wurde in diesem Zusammenhang mehrfach diskutiert. Berndt² führte die ersten genaueren Messungen über die Zerstörung von ZnS durch α -Teilchen durch und untersuchte die Abnahme der Radio-Lumineszenz einer Leuchtfarbe über einen Zeitraum von 5 Jahren. Seine Meßergebnisse konnten am besten durch ein exponentielles Gesetz wiedergegeben werden, und es stellte sich heraus, daß der Zerstörungsgrad nur von der Zahl der insgesamt im Leuchtstoff absorbierten α -Teilchen abhing³. Wolf und Riehl⁴ fanden, daß die Abnahme der Radio-Lumineszenz unabhängig ist von Art und Zahl der im Phosphor eingebauten Fremdatome (Aktivatoren), daß also die Zerstörbar-

keit nur eine Eigenschaft der Grundsubstanz ZnS darstellt. E. Streck⁵ beobachtete — ebenfalls an ZnS-Phosphoren — eine durch die α -Bestrahlung hervorgerufene Ausscheidung von atomarem Zink aus dem Kristallverband und vermutete, daß über diese Zinkatome ein Teil der Anregungsenergie auf strahlungslosem Wege abgeführt wird. Schließlich seien noch Messungen von Becker⁶ erwähnt, der feststellen konnte, daß die Tilgbarkeit des Lumineszenzlichtes von ZnS-Phosphoren durch Bestrahlung mit α -Teilchen wesentlich erhöht werden kann.

Es liegt also ein relativ umfangreiches Erfahrungsmaterial über die Zerstörung der Lumineszenz von ZnS-Phosphoren vor, dagegen ist kaum etwas über das Verhalten anderer Leuchtstoffe bekannt. Im Rahmen der von uns durchgeführten Untersuchungen über die physikalischen Eigenschaften von Leuchtstoffen⁷⁻¹⁰ haben wir daher auch begonnen, den Einfluß

* Jetzt: New York University, New York, N. Y., USA.

¹ E. Rutherford, Proc. Roy. Soc. [London], Ser. A 83, 561 [1910].

² G. Berndt, Radioaktive Leuchtfarben, Braunschweig 1920, S. 86.

³ Vgl. N. Riehl, Lumineszenz, Springer-Verlag, Berlin 1941, S. 133 ff.

⁴ P. Wolf u. N. Riehl, Ann. Physik 11, 103 [1931]; 17, 581 [1933].

⁵ E. Streck, Ann. Physik 34, 96 [1939]; 35, 58 [1939].

⁶ A. Becker, Z. Physik 125, 479 [1949].

⁷ I. Broser u. H. Kallmann, Z. Naturforschg. 2a, 439, 642 [1947].

⁸ I. Broser, L. Herforth, H. Kallmann u. U. M. Martius, Z. Naturforschg. 3a, 6 [1948].

⁹ I. Broser, H. Kallmann u. U. M. Martius, Z. Naturforschg. 4a, 204 [1949].

¹⁰ I. Broser, H. Kallmann u. C. Reuber, Z. Naturforschg. 5a, 79 [1950].